

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



УТВЕРЖДАЮ:

проректор по научно-методической
и учебной работе

Е.И. Скафа

«22» апреля 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ»

Направление подготовки: 01.03.01 Математика

Профиль подготовки:

Образовательная программа: бакалавриат

Квалификация: Академический бакалавр

Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная
нужное подчеркнуть

Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики

и информационных технологий

И. А. Моисеенко

16 апреля 2020 г.



Программа учебной дисциплины «Избранные вопросы теории функций» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) Донецкой Народной Республики (ДНР) по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР от 04 апреля 2016 г. № 281;

Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.;

учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 01.03.01 Математика, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Доцент кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений

 А. В. Агибалова

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 10 от 09 апреля 2020 г.

Заведующий кафедрой

 Вит.В. Волчков

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета

 Л.И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Избранные вопросы теории функций» относится к вариативной части профессионального блока (выбор студента).

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин:

- математический анализ,
- комплексный анализ,
- функциональный анализ,
- дифференциальные уравнения,
- теория меры

и формирует основу для освоения дисциплин:

- гармонический анализ,
- интегральные преобразования,

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>		
Направление подготовки	01.03.01 Математика	
Профиль	Общий	
Образовательная программа	бакалавриат	
Квалификация	Академический бакалавр	
Количество содержательных модулей	4	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Дисциплина по выбору студента	
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	1 модульный контроль, 1 экзамен в 8 семестре	
Показатели	очная форма обучения	заочная форма обучения
Количество зачетных единиц (кредитов)	3	3
Год подготовки	4	4
Семестр	8	
Количество часов	108	108
- лекционных	40	8
- практических, семинарских	20	4
- лабораторных	-	
- самостоятельной работы	48	96
в т.ч. индивидуальное задание	-	
Недельное количество часов,	10,8	
в т.ч. аудиторных	6	

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи

Цель – углубить знания студентов в области математического анализа, функционального анализа, теории меры.

Задачи – формирование правильного понимания развития математических понятий и теорий; формирование научного мировоззрения.

Требования к результатам освоения дисциплины: Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ГОС ВПО по данному направлению подготовки (профилю):

а) общекультурных (ОК): способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5); способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

б) общепрофессиональных (ОПК): способностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1); способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-2);

в) профессиональных (ПК):

научно-исследовательская деятельность: способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области (ПК-1); способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи (ПК-2); способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3); способностью публично представлять собственные и известные научные результаты (ПК-4);

производственно-технологическая деятельность: способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления (ПК-6);

организационно-управленческая деятельность: способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний (ПК-7).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

Знать:

- ✓ постановку основных задач курса, определения и формулировки основных теорем курса,
- ✓ основные свойства монотонных функций и функций ограниченной вариации,
- ✓ определение и основные свойства интегралов Римана-Стилтьеса и Лебега,
- ✓ дифференциальные свойства абсолютно непрерывных функций,
- ✓ понятие сингулярного интеграла и его приложения в теории рядов Фурье.

Уметь:

- ✓ доказывать основные теоремы курса,
- ✓ находить полную вариацию функции,
- ✓ представлять функцию ограниченной вариации в виде разности двух монотонных функций,
- ✓ вычислять интеграл Стильеса в общем случае,
- ✓ представлять линейный ограниченный функционал в виде интеграла Стильеса и вычислять норму этого функционала,
- ✓ выполнять предельный переход под знаком интеграла Стильеса.

Владеть:

- ✓ методом интегрирования по разрывным функциям,
- ✓ методами вычисления интеграла Лебега,
- ✓ методом разложения функций в ряд Фурье,

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

В курсе дисциплины «Избранные вопросы теории функций» предусмотрены лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. Кроме тематических лекций в курсе также предусмотрены обзорные лекции. В рамках самостоятельной работы студенты отрабатывают и закрепляют навыки решения задач по материалу курса, выполняют индивидуальные работы, а также изучают следующее:

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
Содержательный модуль 1	
Тема 1. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стильеса.	Монотонные функции. Функции с конечным изменением. Принцип выбора Хелли. Непрерывные функции с конечным изменением. Интеграл Стильеса. Линейные функционалы.
Тема 2. Абсолютно непрерывные функции. Неопределённый интеграл Лебега.	Абсолютно непрерывные функции. Непрерывные отображения. Неопределённый интеграл Лебега. Точки плотности. Аппроксимативная непрерывность. Восстановление первообразной функции.
Тема 3. Сингулярные интегралы. Тригонометрические ряды. Выпуклые функции.	Понятие сингулярного интеграла. Приложения в теории рядов Фурье. Производные Шварца и выпуклые функции.

Тематический план

Содержательный модуль 1											
Названия содержательных модулей и тем	Количество часов										
	Очная форма обучения						Заочная форма обучения				
	всего	в т.ч.					всего	в т.ч.			
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа
Тема 1. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стильеса.	48	16	14		18		44	4	4		36

Тема 2. Абсолютно непрерывные функции. Неопределённый интеграл Лебега.	24	10	2		12		26	2			24	
Тема 3. Сингулярные интегралы. Тригонометрические ряды. Выпуклые функции.	36	14	4		18		38	2			36	
Итого по содержательному модулю 1	108	40	20	-	48	--	108	8	4	-	96	-
Всего по дисциплине	108	40	20	-	48	--	108	8	4	-	96	-

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1.	Монотонные функции. Дифференцирование монотонной функции.	2
2.	Функции ограниченной вариации. Свойства. Связь с монотонными функциями.	4
3.	Принцип выбора Хелли.	2
4.	Интеграл и мера Стильеса. Свойства и вычисление. Интеграл Стильеса как интеграл по мере.	4
5.	Предельный переход под знаком интеграла Стильеса.	2
6.	Интеграл Стильеса и линейные функционалы.	2
7.	Абсолютно непрерывные функции. Дифференциальные свойства абсолютно непрерывных функций.	2
8.	Непрерывные отображения.	2
9.	Неопределённый интеграл Лебега. Замена переменной в интеграле Лебега.	2
10.	Точки плотности. Аппроксимативная непрерывность.	2
11.	Восстановление первообразной функции.	2
12.	Понятие сингулярного интеграла.	2
13.	Представление функции сингулярным интегралом в заданной точке.	2
14.	Приложения в теории рядов Фурье.	4
15.	Дальнейшие свойства тригонометрических рядов и рядов Фурье.	2
16.	Производные Шварца и выпуклые функции.	2
17.	Единственность разложения функции в тригонометрический ряд.	2
	ВСЕГО	40

Темы практических занятий

<i>№ п/п</i>	<i>Название темы</i>	<i>Количество часов</i>
1	Монотонные функции.	2
2	Функции ограниченной вариации. Представление функции ограниченной вариации в виде разности двух монотонных.	4
3	Мера Стильеса. Интеграл Стильеса. Вычисление. Предельный переход под знаком интеграла Стильеса.	4
4	Линейные функционалы.	4
5	Неопределённый интеграл Лебега.	2
6	Дальнейшие свойства тригонометрических рядов и рядов Фурье.	4
	ВСЕГО	20

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Организация самостоятельной работы студентов
(соответственно данным в таблице тематического плана)

<i>№ п/п</i>	<i>Название темы</i>	<i>Количество во часов</i>
1	Монотонные функции и их свойства.	3
2	Функции ограниченной вариации. Свойства. Связь с монотонными функциями.	3
3	Принцип выбора Хелли.	3
4	Интеграл и мера Стильеса. Интеграл Стильеса как интеграл по мере.	3
5	Предельный переход под знаком интеграла Стильеса.	3
6	Интеграл Стильеса и линейные функционалы.	3
7	Абсолютно непрерывные функции. Дифференциальные свойства абсолютно непрерывных функций.	3
8	Непрерывные отображения. Неопределённый интеграл Лебега.	3
9	Точки плотности. Аппроксимативная непрерывность.	3
10	Восстановление первообразной функции.	3
11	Понятие сингулярного интеграла.	3
12	Представление функции сингулярным интегралом в заданной точке.	3
13	Приложения в теории рядов Фурье.	3
14	Дальнейшие свойства тригонометрических рядов и рядов Фурье.	3
15	Производные Шварца и выпуклые функции.	3
16	Единственность разложения функции в тригонометрический ряд.	3
	ВСЕГО	48

7. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Не предусмотрены.

8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. Определение монотонной функции и функции скачков.
2. Вариация и полная вариация функции.
3. Свойства функции ограниченной вариации.
4. Связь функции ограниченной вариации с монотонными функциями.
5. Мера Стильеса промежутков. Свойства меры.
6. Интеграл Римана-Стильеса и его свойства.
7. Достаточные условия существования интеграла Римана-Стильеса.
8. Классы интегрируемых функций.
9. Интеграл Стильеса как интеграл по мере.
10. Предельный переход под знаком интеграла Стильеса (первая теорема Хелли).
11. Интеграл Стильеса и линейные функционалы в пространстве непрерывных функций.
12. Определение абсолютно непрерывной функции, её свойства. Абсолютная непрерывность сложной функции.
13. Связь абсолютно непрерывных функций с функциями ограниченной вариации.
14. Восстановление абсолютно непрерывной функции по её производной.
15. Замена переменных в интеграле Лебега.
16. Теорема Лебега о представлении функции сингулярным интегралом.
17. Теорема Фейера-Лебега.
18. Теорема Абеля о сходимости ряда.
19. Теорема Шварца о равенстве нулю второй производной функции.
20. Теорема Дюбуа-Реймонда и Валле-Пуссена.

9. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

(образец варианта и критерии оценивания)

Модульный контроль проводится в конце семестра по вопросам к промежуточной аттестации.

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки:	01.03.01 Математика
Профиль:	<u>Общий</u>
Программа подготовки:	<u>бакалавриат</u>
Семестр	<u>8</u>
Учебная дисциплина	Избранные вопросы теории функций

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ №1

1. Свойства функции ограниченной вариации (без доказательства).
2. Связь абсолютно непрерывных функций с функциями ограниченной вариации.
3. Теорема Шварца о равенстве нулю второй производной функции.

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ____ от «__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой
Преподаватель

Вит. В. Волчков
А. В. Агибалова

Критерии оценивания модульного контроля

В течение семестра проводится две контрольные работы по проверке навыков решения примеров и задач. Первая – в середине семестра, вторая – в конце. Каждая контрольная оценивается исходя из максимальных 25 баллов. Оценивается правильность и полнота решения примеров и задач. Модульный контроль проводится по теоретическим вопросам к промежуточной аттестации в конце семестра и оценивается исходя из максимальных 50 баллов. Оценивается полнота раскрытия теоретических вопросов.

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	20
2	15
3	15
<i>Всего</i>	<i>50</i>

10. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

(теоретические вопросы к экзамену, образец билета и критерии оценивания)

Теоретические вопросы к экзамену

1. Определение монотонной функции и функции скачков.
2. Вариация и полная вариация функции.
3. Свойства функции ограниченной вариации.
4. Связь функции ограниченной вариации с монотонными функциями.
5. Мера Стильеса промежутков. Свойства меры.
6. Интеграл Римана-Стильеса и его свойства.
7. Достаточные условия существования интеграла Римана-Стильеса.
8. Классы интегрируемых функций.
9. Интеграл Стильеса как интеграл по мере.
10. Предельный переход под знаком интеграла Стильеса (первая теорема Хелли).
11. Интеграл Стильеса и линейные функционалы в пространстве непрерывных функций.

12. Определение абсолютно непрерывной функции, её свойства. Абсолютная непрерывность сложной функции.
13. Связь абсолютно непрерывных функций с функциями ограниченной вариации.
14. Восстановление абсолютно непрерывной функции по её производной.
15. Замена переменных в интеграле Лебега.
16. Теорема Лебега о представлении функции сингулярным интегралом.
17. Теорема Фейера-Лебега.
18. Теорема Абеля о сходимости ряда.
19. Теорема Шварца о равенстве нулю второй производной функции.
20. Теорема Дюбуа-Реймонда и Валле-Пуссена.

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и информационных технологий

<i>Направление подготовки:</i>	01.03.01 Математика
<i>Профиль:</i>	
<i>Программа подготовки:</i>	<u>бакалавриат</u>
<i>Семестр</i>	<u>8</u>
<i>Учебная дисциплина</i>	Избранные вопросы теории функций

БИЛЕТ №1

- 1) Восстановление абсолютно непрерывной функции по её производной.
- 2) Теорема Фейера-Лебега.
- 3)

1. Вычислить $\int_{[-15,20]} dF$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x < -10, \\ -2, & x \in [-10, -1), \\ -1, & x \in [-1, 10), \\ 1, & x \geq 10, \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ x^2, & x > 0. \end{cases}$$

4) $V_0^{2\pi}[f]$, где $f(x) = e^{\sin x}$, $x \in [0, 2\pi]$;

5)

3.3.2. Пусть Φ – функция с ограниченным изменением на отрезке $[-1, 1]$. Найти

а) функционал $f \in (C[-1, 1])^*$ такой, что

$$f(x) = \int_{-1}^1 x(t) d\Phi(t), \quad x \in C[-1, 1];$$

в) функцию $\Phi_0 \in V^0[-1, 1]$ такую, что

$$f(x) = \int_{-1}^1 x(t) d\Phi_0(t), \quad x \in C[-1, 1];$$

с) полную вариацию функции Φ на отрезке $[-1, 1]$;

д) норму функционала f , если:

$$\Phi(t) = \begin{cases} t, & -1 \leq t < 0, \\ 2, & t = 0, \\ -t, & 0 < t \leq 1; \end{cases}$$

Утверждено на заседании кафедры _____,
протокол № 10 от « 09 » апреля 20 20 г.

Заведующий кафедрой
Экзаменатор

Вит. В. Волчков
А. В. Агибалова

Критерии оценивания экзамена

Экзаменационная работа в 8 семестре оценивается после защиты максимум в 100 баллов (три задачи в сумме на 60 баллов, две теоремы с доказательством по 20 баллов). Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене (за зачетную работу) и выставляется согласно шкале, принятой в ДонНУ.

Номер задания	Количество баллов
1	20
2	20
3	15
4	15
5	30
Всего	100 баллов

11. ОБРАЗЕЦ ТЕСТОВОГО ЗАДАНИЯ (при наличии)

Не предусмотрены

12. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

В течение семестра проводится две контрольные работы по проверке навыков решения примеров и задач. Первая – в середине семестра, вторая – в конце. Каждая контрольная оценивается исходя из максимальных 25 баллов. Оценивается правильность и полнота решения примеров и задач. Модульный контроль проводится по теоретическим вопросам к промежуточной в конце семестра и оценивается исходя из максимальных 50 баллов. Оценивается полнота раскрытия теоретических вопросов.

По результатам работы в 8 семестре выставляется оценка за курс. Если не достаточно баллов, то студент идёт на экзамен, содержащий теоретические вопросы и задачи. Он оценивается исходя из максимальных 100 баллов.

Экзамен сдают студенты с целью повышения рейтинга.

*Распределение баллов, которые могут получить студенты
в процессе изучения дисциплины*

Организационно-учебная работа студента	СРС		Всего
	Контрольная работа	Модульный контроль	
Не предусмотрена	max _50_ баллов	max _50_ баллов	100 баллов

Шкала соответствия баллов национальной шкале

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

13. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях, оснащенных доской и комплектами мебели.

14. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
Основная литература			
1.	Натансон, И. П. Теория функций вещественной переменной : Учеб. для студентов вузов, обучающ. по мат. спец. / И. П. Натансон. - 3-е изд. - СПб. : Лань, 1999. - 560 с.	АУЛ 15	
Дополнительная литература			
2.	Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : [Учеб. пособие мат. специальностей ун-тов] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 5-е изд. - М. : Наука, 1981. - 543 с.	АУЛ 63	
3.	Семенко Е. В., Пугач А. Ю. Теория функций действительной переменной. Мера и интеграл: учебно-метод. пособие \ Новосибирск: Изд. НГПУ, 2012. – 126 с.	--	

15. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

(с указанием названия и полного электронного адреса)

Книги и уч.-метод. пособие находятся по ссылке:

<https://cloud.mail.ru/public/C3Su/5LSUQ1JoG>

16. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Не требуется.

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____